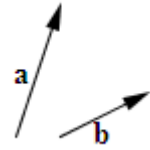


# MATEMATIKA KÖZÉPSZINTŰ SZÓBELI MINTATÉTELEK

## 1. tétel

1. Egy derékszögű háromszög egyik szöge  $50^\circ$ , a szög melletti befogója 7 cm. Mekkora a háromszög átfogója? (4 pont)

2. Adott az ábrán két vektor. Rajzolja meg a  $-\mathbf{b}$ , a  $2\mathbf{b}$  és az  $\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$  vektorokat! (6 pont)



3. Egy 32 lapos magyar kártyában 8 piros lap van. Mennyi a valószínűsége annak, hogy egyet kihúzva az éppen piros lesz? (5 pont)

4. Oldja meg a következő egyenletet! (12 pont)

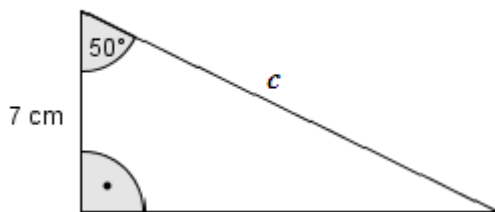
$$(3x - 1)^2 - 2(5 - 3x) = (3x - 2)(3x + 2) - x$$

5. Hány olyan háromjegyű szám van, amelyeknek minden számjegye páros? (8 pont)

6. Egy mértani sorozat első tagja 80, első három tagjának összege 140. Mennyi a sorozat második és harmadik tagja? (10 pont)

### Megoldás:

1.

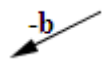


$$\cos 50^\circ = \frac{7}{c} \quad 2 \text{ pont}$$

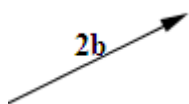
$$c = \frac{7}{\cos 50^\circ} \quad 1 \text{ pont}$$

$$c \approx 10,9 \text{ cm} \quad \frac{1 \text{ pont}}{4 \text{ pont}}$$

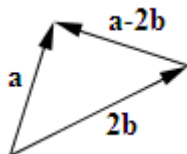
2.



$-\mathbf{b}$  helyes megrajzolása: hossza  $\mathbf{b}$ -vel megegyezik,  $\mathbf{b}$ -vel párhuzamos, iránya ellentétes. 1 pont



$2\mathbf{b}$  helyes megrajzolása: hossza  $\mathbf{b}$ -nek kétszerese,  $\mathbf{b}$ -vel párhuzamos, egyirányúak. 2 pont



$\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$  helyes megrajzolása: a két vektort közös kezdőpontból felmérjük, a két végpontot összekötjük,  $\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$  a kisebbítendő felé mutat.  $\frac{3 \text{ pont}}{6 \text{ pont}}$

3. Kedvező kimenetek száma:  $k = 8$ . 1 pont

Összes eset száma:  $n = 32$ . 1 pont

A valószínűség a kedvező és az összes kimenetel számának hányadosa:  $p = \frac{k}{n}$ . 2 pont

$$p = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} = 0,25. \quad \underline{1 \text{ pont}}$$

Megjegyzés: A százalékban megadott helyes válasz is elfogadható.

**5 pont**

4.  $(3x-1)^2 - 2(5-3x) = (3x-2)(3x+2) - x$

$$(3x-1)^2 = 9x^2 - 6x + 1 \quad 2 \text{ pont}$$

$$-2(5-3x) = -10 + 6x \quad 2 \text{ pont}$$

$$(3x-2)(3x+2) = 9x^2 - 4 \quad 2 \text{ pont}$$

A fentieket behelyettesítve:  $9x^2 - 6x + 1 - 10 + 6x = 9x^2 - 4 - x$ .

Rendezve, összevonva:  $-9 = -4 - x$ . 2 pont

A megoldás:  $x = 5$ . 2 pont

$$\text{Ellenőrzés: } 14^2 - 2 \cdot (-10) = 13 \cdot 17 - 5 \\ 216 = 216$$

2 pont  
**12 pont**

5.

I. megoldás:

Ötféle páros számjegy van: 0; 2; 4; 6; 8. 1 pont

1. helyre a nulla kivételével bármelyik kerülhet: 4 lehetőség. 2 pont

2. helyre bármelyik kerülhet: 5 lehetőség. 2 pont

3. helyre bármelyik kerülhet: 5 lehetőség. 1 pont

Összesen  $4 \cdot 5 \cdot 5$  lehetőség van. 1 pont

A megfelelő háromjegyű számok száma 100. 1 pont  
**8 pont**

## II. megoldás:

Ötféle páros számjegy van: 0; 2; 4; 6; 8. 1 pont

Komplementer módszerrel számolunk, azaz az összes lehetőségéből kivonjuk a nullával kezdődő háromjegyűek számát. 1 pont

Az összes lehetőség száma  $5^3$ . 2 pont

A nullával kezdődők száma  $5^2$ . 2 pont

Különbségük:  $5^3 - 5^2$ . 1 pont

A megfelelő háromjegyű számok száma 100. 1 pont  
**8 pont**

6.  $80 + a_2 + a_3 = 140$  1 pont

$a_1q + a_1q^2 = 60$ , azaz  $80q + 80q^2 = 60$ . 1 pont

$4q^2 + 4q - 3 = 0$  2 pont

$q = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{8} = \frac{-4 \pm 8}{8}$  1 pont

$q_1 = \frac{1}{2}$  1 pont

$q_2 = -\frac{3}{2}$  1 pont

Az első esetben a sorozat második tagja 40, harmadik tagja 20. 1 pont

A második esetben a sorozat második tagja  $-120$ , harmadik tagja 180. 1 pont

Ellenőrzés. 1 pont  
**10 pont**

## 2. tétel

1. Definiálja a derékszögű háromszögben egy  $\alpha$  hegyesszög tangensét!

Adja meg  $\operatorname{tg} 30^\circ$  és  $\operatorname{tg} 45^\circ$  pontos értékét! (4 pont)

2. Végezze el a következő műveleteket és a végeredményt normálalakban adja meg! Számológépet ne használjon! (4 pont)

$$\frac{8,5 \cdot 10^7 \cdot 8 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^2}$$

3. Ábrázolja derékszögű koordináta-rendszerben a valós számokon értelmezett  $x \mapsto x^2$  függvényt!

Adja meg a függvény értékészletét, zérushelyét, és jellemezze a függvényt növekedés, illetve fogyás szempontjából! (7 pont)

4. Anikó a múlt héten hétfőn, pénteken és vasárnap 3-3 órát, kedden 7 órát, szerdán és csütörtökön 5-5 órát, szombaton 5,5 órát tanult. Hány órát tanult naponta átlagosan? Mennyi a tanulással töltött órák módusza, mediánja és terjedelme? (9 pont)

5. Adott három halmaz:

$$A = \{2; 4; 6; 8\}$$

$$B = \{\text{egyjegyű prímszámok}\}$$

$$C = \{5\text{-tel osztható egyjegyű pozitív egész számok}\}$$

Határozza meg a következő halmazok elemeit! (9 pont)

$$A \cup B$$

$$A \cap C$$

$$A \cap (B \setminus C)$$

6. a) Határozza meg az  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$  egyenletű kör középpontjának koordinátáit és a kör sugarát!

b) Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos az  $y = 3x - 7$  egyenletű egyenessel, és áthalad az  $y = 2x + 3$  egyenletű és az  $x + 2y = 1$  egyenletű egyenesek metszéspontján! (12 pont)

**Megoldás:**

1.

Derékszögű háromszögben az  $\alpha$  hegyesszög tangensének nevezzük az  $\alpha$  hegyesszöggel szemközti befogónak és az  $\alpha$  hegyesszög melletti befogónak az arányát. 2 pont

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad 1 \text{ pont}$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = 1 \quad \underline{1 \text{ pont}} \\ \mathbf{4 \text{ pont}}$$

$$2. \frac{8,5 \cdot 10^7 \cdot 8 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^2} = 17 \cdot \frac{10^7 \cdot 10^{-2}}{10^2} = 1 \text{ pont}$$

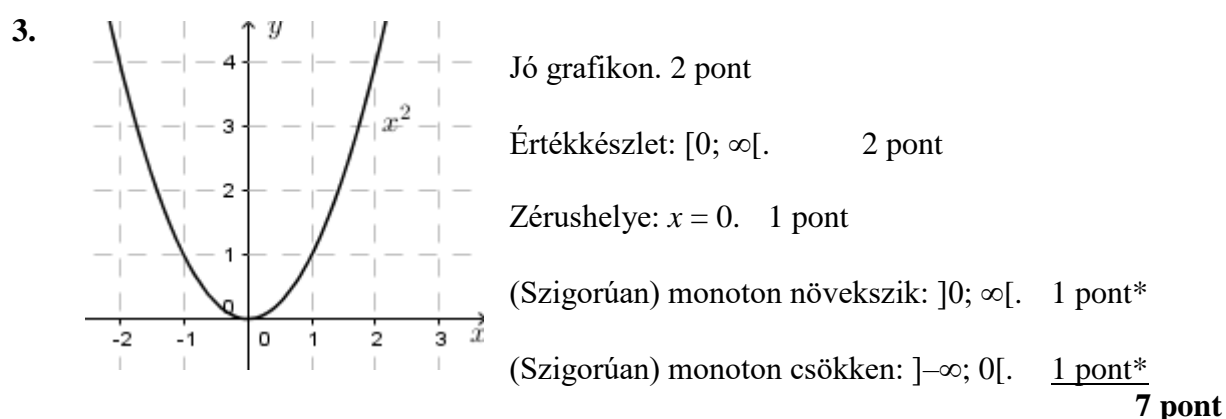
$$= 17 \cdot \frac{10^5}{10^2} = 1 \text{ pont}$$

$$= 17 \cdot 10^3 = 1 \text{ pont}$$

$$= 1,7 \cdot 10^4 \quad \underline{1 \text{ pont}}$$

**4 pont**

*Megjegyzés: Kevésbé részletezett, jól elvégzett számításért is jár a 4 pont.*



*Megjegyzés: A vizsgázó a csillaggal jelzett pontokat abban az esetben is kapja meg, ha a zárt intervallumokat ad meg.*

4.  $\text{Átlag} = \frac{3 \cdot 3 + 7 + 2 \cdot 5 + 5,5}{7} = 1 \text{ pont}$

$$= \frac{31,5}{7} = 1 \text{ pont}$$

$$= 4,5 \text{ óra.} \quad 1 \text{ pont}$$

Módusz: 3 óra. 2 pont\*

Medián: 5 óra. 2 pont\*

Terjedelem: 4 óra. 2 pont\*

**9 pont**

*Megjegyzés: Ha az utolsó három érték valamelyike hibás, de a vizsgázó a szükséges fogalommal tisztában van, akkor az egyes esetekben 2 helyett kapjon 1 pontot.*

5. $B = \{2; 3; 5; 7\}$	1 pont
$C = \{5\}$	1 pont
$A \cup B = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$	2 pont
$A \cap C = \emptyset$	2 pont
$B \setminus C = \{2; 3; 7\}$	2 pont
$A \cap (B \setminus C) = \{2\}$	<u>1 pont</u>
	<b>9 pont</b>

**6.**  
**I. megoldás**

a) A középpont koordinátái:  $(1; -2)$ , a kör sugara 5 egység. 3 pont

b) Meg kell oldani a következő egyenletrendszert: 
$$\left. \begin{array}{l} y = 2x + 3 \\ x + 2y = 1 \end{array} \right\}$$
 1 pont

Az első egyenletből  $y$ -t behelyettesítjük a második egyenletbe:  
 $x + 2(2x + 3) = 1$  1 pont

$5x + 6 = 1$  1 pont

$5x = -5$   
 $x = -1$  1 pont

Ezt visszahelyettesítve az első egyenletbe:  $y = 1$ .  
A két megadott egyenes metszéspontja tehát a  $(-1; 1)$  pont. 1 pont

A keresett egyenes párhuzamos az  $y = 3x - 7$  egyenletű egyenessel, tehát a két egyenes meredeksége megegyezik. 1 pont

Ezért a keresett egyenes egyenlete is  $y = 3x + c$  alakú. 1 pont

Behelyettesítve a metszéspont két koordinátáját kapjuk, hogy  $c = 4$ . 1 pont

Az egyenes egyenlete tehát  $y = 3x + 4$ . 1 pont  
**12 pont**

### 3. tétel

1. Mit nevezünk paralelogrammának? Sorolja fel a paralelogrammának azokat a tulajdonságait, amelyek az oldalaira, a szögeire és az átlóira vonatkoznak! (6 pont)
2. Egy hatpontú gráfban öt pont fokszámát ismerjük: 1; 2; 2; 3; 4. Mennyi a 6. pont fokszáma, ha tudjuk, hogy a gráfban összesen 7 él van berajzolva? (4 pont)
3. Egy háromoldalú egyenes hasáb minden éle 6 cm. Mekkora a felszíne? (5 pont)
4. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán! (10 pont)
$$2^{x+3} + 3 \cdot 2^x + 2^{x-1} = 46$$
5. Egy számtani sorozat első tagja  $-4$ , harmadik tagja 2. Számítsa ki a sorozat 100. tagját és az első 100 tag összegét! (10 pont)
6. Egy dobozban 5 piros, 1 kék és 1 sárga színű golyó van, és az azonos színűeket nem különböztetjük meg egymástól.
  - a) Hányféleképpen lehet sorba rakni a hét golyót? (3 pont)
  - b) Mennyi a valószínűsége annak, hogy ha egymás után három golyót kiválasztunk, azok egyforma színűek lesznek? (7 pont)

#### Megoldás:

1. A paralelogramma olyan négyszög, melynek két-két szemközti oldala párhuzamos. 1 pont  
A paralelogramma két-két szemközti oldala egyenlő. 1 pont  
A paralelogramma szemközti szögei egyenlők. 1 pont  
A paralelogramma bármely két szomszédos szögének összege  $180^\circ$ . 1 pont  
A paralelogramma belső szögeinek összege  $360^\circ$ . 1 pont  
A paralelogramma átlói felezik egymást. 1 pont  
**6 pont**
2. 7 él esetén a fokszámok összege 14. 2 pont  
A megadott fokszámok összege 12. 1 pont  
A 6. pont fokszáma 2. 1 pont  
**4 pont**

3. Az alaplap háromszög területe:  $t_1 = \frac{6^2 \cdot \sin 60^\circ}{2} = 9\sqrt{3} \approx 15,59 \text{ (cm}^2\text{)}$ . 2 pont

Egy oldallap területe:  $t_2 = 6 \cdot 6 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$ . 1 pont

A hasáb felszíne:  $A = 2t_1 + 3t_2 = 18\sqrt{3} + 108 \approx$  1 pont

$\approx 139,2 \text{ cm}^2$ . 1 pont  
**5 pont**

4.  $2^{x+3} = 8 \cdot 2^x$  2 pont

$2^{x-1} = \frac{1}{2} \cdot 2^x$  2 pont

$2^{x+3} + 3 \cdot 2^x + 2^{x-1} = 8 \cdot 2^x + 3 \cdot 2^x + \frac{1}{2} \cdot 2^x = 11,5 \cdot 2^x$  1 pont

$11,5 \cdot 2^x = 46$  1 pont

$2^x = 4$  1 pont

(Az exponenciális függvény kölcsönös egyértelmősége miatt)  $x = 2$  2 pont

Ellenőrzés behelyettesítéssel vagy ekvivalens átalakításokra való hivatkozással. 1 pont  
**10 pont**

5.  $a_1 = -4$  és  $a_3 = 2$   
Az  $a_n = a_1 + (n-1)d$  képletbe behelyettesítve: 1 pont

$2 = -4 + 2d$ , ebből 1 pont

$d = 3$ . 2 pont

$a_{100} = -4 + 99 \cdot 3 = 293$  2 pont

Az  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$  képletbe behelyettesítve: 1 pont

$S_{100} = \frac{-4 + 293}{2} \cdot 100$ , ebből 2 pont

$S_{100} = 14\,450$ . 1 pont  
**10 pont**



6. a)

I. megoldás:

7!-féleképpen lehetne sorba rakni őket, ha mind különbözők lennének, 1 pont

de az 5 piros nem különböztethető meg egymástól,

ezért az összes lehetséges sorrend:  $\frac{7!}{5!} =$  1 pont

$= 42.$  1 pont  
**3 pont**

II. megoldás:

A kék és sárga golyó elhelyezkedése egyértelműen megadja a piros golyók helyét, 1 pont

ezért a megfelelő sorrendek száma  $7 \cdot 6 =$  1 pont

$= 42.$  1 pont  
**3 pont**

b)

I. megoldás:

A három egyforma színű csak piros lehet. 1 pont

Kedvező eset akkor következik be, ha a három kihúzott piros golyót az 5 pirosból választjuk ki, 1 pont

ezért e lehetőségek száma  $\binom{5}{3}$ . 1 pont

Összesen 7 golyóból kell kiválasztani hármat, ezért az összes eset száma  $\binom{7}{3}$ . 1 pont

A valószínűség a kedvező és az összes eset hányadosa, 1 pont

ezért  $p = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{7}{3}} =$  1 pont

$= \frac{10}{35} = \frac{2}{7}.$  1 pont

**7 pont**

## II. megoldás

A három egyforma színű csak piros lehet. 1 pont

Kedvező eset akkor következik be, ha a kék és a sárga az utolsó négy hely valamelyikén lesz, 1 pont

így e lehetőségek száma  $4 \cdot 3 = 12$ . 1 pont

Az összes eset azt jelenti, hogy a kék és a sárga bárhová kerülhet, 1 pont

ezért e lehetőségek száma  $7 \cdot 6 = 42$ . 1 pont

A valószínűség a kedvező és az összes eset hányadosa, 1 pont

ezért  $p = \frac{12}{42} = \frac{2}{7}$ . 1 pont

**7 pont**